



รายงานผลการวิจัย

เรื่อง

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการแปลงผกผัน
วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม

**An Efficiency Comparison of Random Variable Generated by The Inverse
Transform Method The Acceptance-Rejection Method and The Convolution Method**

โดย

นภาพรณัฏ์ จันทร์ศัพท์

รายงานการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนจาก มหาวิทยาลัยบูรพา
พ.ศ. 2552

ชื่อเรื่อง การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการแปลงผกผัน
วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม

ผู้วิจัย นภาพรณ จันทศัพท์ สถาบัน มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต

ปีที่พิมพ์ 2554 สถานที่พิมพ์ มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต

แหล่งที่เก็บรายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์ จำนวนหน้างานวิจัย 87 หน้า
: มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต

คำสำคัญ - ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต

บทคัดย่อ

การศึกษาเรื่อง การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการแปลงผกผัน วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) และเพื่อศึกษาว่าวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ด้วยค่าพารามิเตอร์ (α, β) ที่กำหนด คือ (1,1) (5,10) (10,20) (15,35) (25,50) (50,70) (100,150) (150,170) (200,200) (300,350) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ และประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ด้วยค่าพารามิเตอร์ (s,p) ที่กำหนด คือ (2,0.10) (15,0.35) (50,0.80) (80,0.45) (100,0.70) (200,0.40) (250,0.60) (400,0.20) (500,0.85) (700,0.05) จำนวนรอบของการทดสอบ 500 และ 1,000 รอบ

พบว่า ตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการแปลงผกผัน และวิธีการรวม ทั้งตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

Title : An Efficiency Comparison of Random Variable Generated by The Inverse Transform Method The Acceptance-Rejection Method and The Convolution Method

Researcher: Napaporn Juntarasab

Institution : Dhurakij Pundit University

Year of Publication : 2011

Publisher : Dhurakij Pundit University

Sources : Dhurakij Pundit University

No. of page : 87 pages

Keyword :

-

Copy right : Dhurakij Pundit University

Abstract

The study of An Efficiency Comparison of Random Variable Generated by The Inverse Transform Method The Acceptance-Rejection Method and The Convolution Method have two objectives the first is for study continuous random variable and discrete random variable generation by The Inverse Transform Method The Acceptance-Rejection Method and The Convolution Method the second is for find that which the best random variable generation method when used for estimate parameter of continuous random variable distribution and discrete random variable distribution. For this study estimate gamma distribution (α, β) with parameter (1,1) (5,10) (10,20) (15,35) (25,50) (50,70) (100,150) (150,170) (200,200) (300,350) sample size 40 80 200 500 and 1,000 with 500 1,000 and 2,000 loops test and estimate negative binomial distribution (s, p) with parameter (2,0.10) (15,0.35) (50,0.80) (80,0.45) (100,0.70) (200,0.40) (250,0.60) (400,0.20) (500,0.85) (700,0.05) sample size 40 80 200 500 and 1,000 with 500 and 1,000 loops test

The results indicate that the random variable generated by The Acceptance-Rejection Method have more efficient than The Inverse Transform Method and The Convolution Method both for gamma random variable distribution and negative binomial random variable distribution.

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตสำหรับทุนในการทำงานวิจัยในครั้งนี้ ขอขอบคุณแหล่งข้อมูล บุคลากร และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องที่เอื้ออำนวยในการทำงานวิจัย และขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิที่ช่วยตรวจทานรายงานวิจัยนี้เพื่อการปรับปรุงแก้ไขให้มีความเหมาะสมมากขึ้นไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ง
กิตติกรรมประกาศ	จ
สารบัญ	ฉ
สารบัญตาราง	ช
บทที่ 1 บทนำ	1
- ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
- วัตถุประสงค์	2
- ขอบเขตการวิจัย	2
- ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
- วิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม	4
- การสร้างตัวเลขสุ่มด้วยวิธี Linear Congruential	8
- วิธีการประมาณค่า	10
- กรอบแนวคิดในการวิจัย	13
บทที่ 3 ระเบียบวิธีการวิจัย	14
บทที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูล	17
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ	65
บรรณานุกรม	70
ภาคผนวก	
ก. ภาษาคอมพิวเตอร์ Visual Basic 6.0	72
ข. ประวัติผู้วิจัย	87

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
34	ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ	57
35	ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ	58
36	ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ	59
37	ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ	60
38	ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ	61
39	ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ	62
40	ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ	63

บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

สืบเนื่องจากการศึกษาในเรื่องการเปรียบเทียบวิธีการสร้างตัวเลขสุ่มเมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ซึ่งสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) การแจกแจงแบบปัวซอง (Poisson Distribution) และการแจกแจงแบบทวินาม (Binomial Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) และสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) ซึ่งวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นการแจกแจงแบบต่อเนื่องหรือการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องมีหลายวิธี เช่น วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) วิธีการรวม (The Convolution Method) วิธีการแยกส่วนประกอบ (The Composition Method) ซึ่งแต่ละวิธีก็มีความเหมาะสมกับการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแต่ละแบบต่างกัน เช่น การแจกแจงแบบทวินามลบ ซึ่งฟังก์ชันการแจกแจงสะสมไม่มีรูปแบบที่แน่นอน ดังนั้นการสร้างตัวแปรสุ่มแบบทวินามลบต้องอาศัยการสร้างตัวแปรสุ่มแบบเรขาคณิต k ตัวแล้วนำมารวมกัน เป็นต้น

ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะศึกษาว่าในแต่ละวิธีการของการสร้างตัวแปรสุ่มเมื่อได้ค่าของตัวแปรสุ่มแล้วนำไปใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ วิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่มีประสิทธิภาพที่สุด โดยพิจารณาจากค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE: Root of Mean Square Error) โดยในที่นี้วิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่ผู้วิจัยเลือกนำมาศึกษาเปรียบเทียบกัน 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) เนื่องจากด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มแต่ละวิธี เป็นวิธีที่เหมาะสมสำหรับการศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ซึ่งเป็นแบบหนึ่งของทั้งการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) และการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

2. เพื่อศึกษาว่าวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง

ขอบเขตการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้จะศึกษาวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ

1. วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method)
2. วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method)
3. วิธีการรวม (The Convolution Method)

ส่วนวิธีการประมาณค่าในที่นี้ใช้การประมาณค่าแบบสภาวะสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) สำหรับประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงต่อเนื่อง และวิธี Matching moments สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง

การแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องในที่นี้ศึกษาตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ส่วนการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องศึกษาตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution)

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถนำวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพไปใช้สำหรับการศึกษากรณีที่ต้องการสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) รวมทั้งนำไปศึกษาขยายผลถึงการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงในรูปแบบอื่นๆ และวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีที่แตกต่างไป

2. เป็นแนวทางในการศึกษาต่อไป

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีแปลงผกผัน วิธีการยอมรับ และปฏิเสธ และวิธีการรวมนั้น ในที่นี้ได้เรียบเรียงข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. วิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี

- วิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method)
- วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method)
- วิธีการรวม (The Convolution Method)

2. การสร้างตัวเลขสุ่มด้วยวิธี Linear Congruential Method

3. วิธีการประมาณค่า

- การประมาณค่าแบบสภาวะสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation)
- วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square)

4. กรอบแนวคิดในการวิจัย

1. วิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม

(Law & Kelton, 2000: 437-459) ในการสร้างตัวแปรสุ่มนั้นมีหลายวิธี เช่น วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการแยกส่วนประกอบ (The Composition Method) วิธีการรวม (The Convolution Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method) และวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่ต้องอาศัยคุณสมบัติพิเศษ (Special Properties) ซึ่งแต่ละวิธีมีความเหมาะสมสำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มในแต่ละการแจกแจงที่แตกต่างกัน สำหรับในการศึกษานี้ศึกษาวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ 1) วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) 2) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method) และ 3) วิธีการรวม (The Convolution Method) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมสำหรับใช้สร้างตัวแปรสุ่ม คือ ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution)

1.1 วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method)

ในการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีนี้ต้องทราบรูปแบบฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function) ของตัวแปรสุ่มนั้นแล้วนำฟังก์ชันการแจกแจงสะสมนี้มาเท่ากับตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (0,1) นั่นคือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมต้องมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (0,1) เช่นกัน (วิชัย, 2544: 176)

ทฤษฎี ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function) ของตัวแปรสุ่ม X คือ $F(x)$ จะมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (0,1)

เมื่อ $F(X)$ มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ และ R (Random Number) ก็มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ จึงสามารถใช้วิธีการแปลงผกผันหาค่าตัวแปรสุ่ม ได้ดังนี้

$$F(X) = R$$
$$X = F^{-1}(R)$$

ซึ่งหากเป็นการแจกแจงที่ไม่มีรูปแบบฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอน เช่น กรณีถ้าเป็นการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟาไม่เป็นจำนวนเต็มฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะไม่มีรูปแบบที่แน่นอน แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟาเป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมก็จะสามารถใช้วิธีการแปลงผกผันในการสร้างตัวแปรสุ่มได้ โดยการศึกษาจะศึกษากรณีที่ค่าพารามิเตอร์แอลฟาเป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น

สำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผันนี้จะสร้างจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) โดยอาศัยคุณสมบัติของการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) คือ ถ้า X_1, X_2, \dots, X_m เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันที่มีการแจกแจงแบบ expo (β) แล้ว $X_1 + X_2 + \dots + X_m$ จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (m, β) ซึ่ง m คือค่าพารามิเตอร์แอลฟาซึ่งในที่นี้จะได้อ่าที่เป็นจำนวนเต็ม และเรียกการแจกแจงนี้ว่า m -Erlang(β) โดยมีขั้นตอนการสร้างตัวแปรสุ่ม ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (β) โดย

1.1 สร้างตัวเลขสุ่ม $R \sim U(0,1)$ ด้วยวิธี Linear Congruential Method

1.2 ให้ $x = -\beta \ln R$

1.3 Return

ขั้นตอนที่ 2 นำ X แต่ละตัวที่ได้ในขั้นตอนที่ 1 มารวมกัน

$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_m \sim \text{gamma}(m, \beta)$

ส่วนการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) นั้นสร้างจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิตที่มีพารามิเตอร์ p จำนวน S ตัว นำมารวมกัน โดยอาศัยคุณสมบัติของการแจกแจงแบบเรขาคณิต คือ ถ้า X_1, X_2, \dots, X_S เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบเรขาคณิตที่มีพารามิเตอร์ p แล้ว $X_1 + X_2 + \dots + X_S$ จะได้รับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่มีค่าพารามิเตอร์ S, p เมื่อ S คือ ครั้งที่เกิดความสำเร็จ ส่วน p คือความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ โดยมีขั้นตอนการสร้างตัวแปรสุ่ม ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต ดังนี้

1.1 สร้างตัวเลขสุ่ม $R \sim U(0,1)$ ด้วยวิธี Linear Congruential Method

1.2 สร้าง $X = \frac{(\quad)}{(\quad)} - 1$

1.3 Return

ขั้นตอนที่ 2 นำ X แต่ละตัวที่ได้ในขั้นตอนที่ 1 มารวมกัน

$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_S \sim \text{Negative Binomial}(s, p)$

1.2 วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method)

สำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ นั้น (Ross, 2002: 53) ถ้าเราสามารถสร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันหนาแน่นน่าจะเป็น $\{q_j, j \geq 0\}$ เราสามารถสร้างการแจกแจงที่มีฟังก์ชัน $\{p_j, j \geq 0\}$ โดยการสร้างตัวแปรสุ่ม Y ให้มีฟังก์ชัน $\{q_j\}$ และยอมรับค่าที่สร้างขึ้นด้วยสัดส่วนความน่าจะเป็น $\frac{p_j}{c q_j}$ โดยให้ C เป็นค่าคงที่ ดังนั้น

$$\frac{p_j}{c q_j} \leq 1 \text{ สำหรับทุกค่า } j \text{ เมื่อ } C \geq \sum_{j=0}^{\infty} p_j > 0$$

ซึ่งเป็นวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม X ให้มีฟังก์ชัน $f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j \delta_{x=j}$ ()

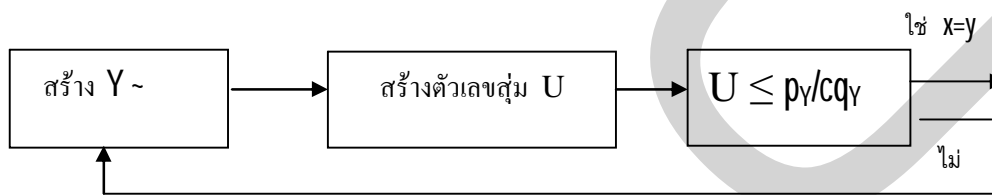
โดยมีขั้นตอนการทำงานดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างค่า Y ให้มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น q_j

ขั้นตอนที่ 2 สร้างตัวเลขสุ่ม U

ขั้นตอนที่ 3 ถ้า $U < \frac{p_j}{c q_j}$ ให้ $X = Y$ ถ้าไม่ใช่กลับไปขั้นตอนที่ 1

ผังแผนภาพการสร้างค่าตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)



ส่วนการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) นั้น (Ross, 2002: 67-68) ถ้ามีวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันหนาแน่น $g(x)$ เราสามารถนำมาใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบต่อเนื่องที่มีฟังก์ชัน $f(x)$ โดยการสร้าง Y จาก g และยอมรับค่าที่สร้างขึ้นนี้ด้วยสัดส่วนความน่าจะเป็น $\frac{f(x)}{c g(x)}$ โดยให้ C เป็นค่าคงที่ ดังนั้น

$$\frac{f(y)}{g(y)} \leq C \text{ สำหรับทุกค่าของ } y$$

ซึ่งเป็นวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีความหนาแน่น f

และมีขั้นตอนการทำงานดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้าง Y ให้มีความหนาแน่น g

ขั้นตอนที่ 2 สร้างตัวเลขสุ่ม U

ขั้นตอนที่ 3 ถ้า $U \leq \frac{f(y)}{cg(y)}$ ให้ $X = Y$ ถ้าไม่ใช่กลับไปขั้นตอนที่ 1

ผังแผนภาพการสร้างค่าตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution)



ซึ่งจากวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธข้างต้นวิธีการเหมือนกันทั้งการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

สำหรับการใช้วิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธในการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) (Law & Kelton, 2000: 463-464) กำหนดให้ $a = \sqrt{\dots}$, $b = \alpha - \ln 4$, $q = \alpha + \dots$, $\theta = 4.5$ และ $d = 1 + \ln \theta$ และมีขั้นตอนการสร้างตัวแปรสุ่มดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างตัวเลขสุ่ม U_1 และ $U_2 \sim U(0,1)$ ด้วยวิธี Linear Congruential Method

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดให้ $V = a \ln \left(\frac{1}{U_1} \right)$, $Y = \alpha$, $Z =$
และ $W = b + qV - Y$

ขั้นตอนที่ 3 ถ้า $W + d - \theta Z \geq 0$ ให้ $X = Y$ ถ้าไม่ใช่ ไปขั้นตอนที่ 4

ขั้นตอนที่ 4 ถ้า $W \geq \ln Z$ ให้ $X = Y$ ถ้าไม่ใช่ กลับไปขั้นตอนที่ 1

ส่วนการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ มีขั้นตอนในการสร้างตัวแปรสุ่ม ดังนี้ (Forbes, Evans, Hastings, and Peacock, 2011: 142)

ขั้นตอนที่ 1 สร้างตัวเลขสุ่ม $U \sim U(0,1)$ ด้วยวิธี **Linear Congruential Method**

เท่ากับจำนวนครั้งของการทดลอง

ขั้นตอนที่ 2 ถ้า $U < p$ และเท่ากับ ครั้งที่เกิดความสำเร็จครั้งที่ S ดังนั้นตัวเลขสุ่มที่มีค่ามากกว่า

p เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ

ขั้นตอนที่ 3 Return

1.3 วิธีการรวม (The Convolution Method)

(Law & Kelton, 2000: 451-452) จากหลักการของวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวม คือ ตัวแปรสุ่ม Y ใดๆ สามารถสร้างได้โดยการนำตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ หลายๆตัวแปรโดยที่ตัวแปรสุ่มแต่ละตัวนั้นเป็นอิสระต่อกันมารวมกัน กล่าวคือ ถ้ากำหนดให้ ตัวแปรสุ่ม X_1, X_2, \dots, X_n โดยที่ $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$ มีการแจกแจงแบบเดียวกับตัวแปรสุ่ม X ดังนั้นสามารถเขียนได้ว่า $Y = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$ ตัวแปรสุ่ม Y ที่ได้จากการรวมค่าตัวแปรสุ่ม X_i จะมึรูปแบบการแจกแจงตามที่ต้องการ ซึ่งจากวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่ได้ระบุไว้สำหรับวิธีการแปลงผกผันสำหรับการศึกษาในที่นี้ การสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวมจะเป็นวิธีเดียวกันกับที่ใช้ในการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผันของทั้งการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ดังนั้นในการนำเสนอผลในส่วนของค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE: Root of Mean Square Error) ของทั้งสองวิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน และวิธีการรวมจะใช้ค่าเดียวกัน

2. การสร้างตัวเลขสุ่มด้วยวิธี **Linear Congruential (Linear Congruential Method)**

สืบเนื่องจากการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบวิธีการสร้างตัวเลขสุ่มเมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง นั้นพบว่า วิธีการที่ใช้ในการสร้างตัวเลขสุ่มที่ศึกษา 5 วิธีซึ่งเป็นวิธีที่มีผู้ที่คิดค้นขึ้นนั้นแต่ละวิธีเมื่อนำไปใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์มีประสิทธิภาพไม่แตกต่างกัน ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้วิธี **Linear Congruential Method (Lehmer, 1951)** ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันเพื่อสร้างตัวเลขสุ่ม โดยตัวเลขสุ่มต้องมีคุณสมบัติ 2 ข้อ คือ 1) มีความสม่ำเสมอ (Uniformity) และ 2) มีความเป็นอิสระต่อกัน (Independence) เมื่อได้ตัวเลขสุ่มและนำตัวเลขสุ่มนั้นมาใช้ในการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และการแจกแจงแบบ

ทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธีที่ใช้ในการศึกษา คือ 1) วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) 2) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method) และ 3) วิธีการรวม (The Convolution Method) ซึ่งเมื่อได้ค่าตัวแปรสุ่มแล้ว จึงนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับแต่ละการแจกแจง

สำหรับวิธีสร้างตัวเลขสุ่มด้วยวิธี Linear Congruential Method (Lehmer, 1951) วิธีนี้มี สูตรการคำนวณหาดังนี้

$$X_{i+1} = (a X_i + c) \bmod m \quad ; i = 0, 1, 2, \dots$$

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, X_{i+1}$ เป็นเลขจำนวนเต็มอยู่ระหว่าง 0 กับ $m - 1$
เมื่อ

X_0 เป็นตัวเลขเริ่มต้น

a เป็นค่าคงที่ที่ใช้ในการคูณ

c เป็นค่าที่เพิ่มขึ้น

m เป็นตัว Modulus

ดังนั้นจะได้ตัวเลขสุ่ม

$$R_{i+1} = \frac{X_{i+1}}{m}$$

ตัวอย่างเช่นถ้าต้องการสร้างตัวเลขสุ่ม โดยกำหนดให้ $a = 65539$ $c = 435$
 $m = 10000$ และ $X_0 = 3579$

$$X_{i+1} = (a X_i + c) \bmod m$$

$$X_1 = (65539 \cdot 3579 + 435) \bmod 10000$$

$$X_1 = 234564516 \bmod 10000 = 4516$$

$$R_1 = 4516/10000 = 0.4516$$

$$X_2 = (65539 \cdot 4516 + 435) \bmod 10000$$

$$X_2 = 4559$$

$$R_2 = 4559/10000 = 0.4559$$

.

.

.

3. วิธีการประมาณค่า 2 วิธี

ในการศึกษาวิจัยนี้ใช้วิธีการประมาณค่า 2 วิธี คือ การประมาณค่าแบบสภาวะสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) และการประมาณค่าด้วยวิธีโมเมนต์ (Method of moments) สำหรับใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งในแต่ละวิธีมีทฤษฎีและวิธีการดังนี้

3.1 การประมาณค่าแบบสภาวะสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เป็นวิธีที่ใช้กันแพร่หลายมากที่สุด มีแนวความคิดมานานตั้งแต่คริสต์ศตวรรษที่ 18 คาร์ล ฟรีดริค เกาส์ (Karl Friedrich Gauss, 1777-1855) และแดเนียล เบอร์นูลลี (Daniel Bernoulli) ได้ใช้วิธีการนี้มาแล้วต่อมาในต้นศตวรรษที่ 20 โรนัลด์ ฮอร์เมอร์ ฟิชเชอร์ (Ronald Aylmer Fisher, 1890-1962) ได้ทำการศึกษาคูณสมบัติของวิธีการนี้ ทำให้มีผู้ใช้กันกว้างขวางขึ้น และถือว่าวิธีการนี้เป็นผลงานของฟิชเชอร์ โดยเขาได้นำเสนอผลงานเกี่ยวกับวิธีการนี้ในปี ค.ศ.1912 พร้อมทั้งมีการปรับปรุงแก้ไขส่วนที่เกี่ยวข้องให้เหมาะสมขึ้นอีกด้วย นักสถิติคนอื่น ๆ ก็มีส่วนทำให้วิธีการนี้เป็นที่นิยมแพร่หลายยิ่งขึ้นด้วย

นิยาม ให้ X_1, \dots, X_n เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(x; \theta)$, $\theta \in \Omega$ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของตัวอย่างสุ่ม คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม $L = L(\theta; X_1, X_2, \dots, X_n) = L(\theta)$ ของตัวอย่างสุ่มนั้นที่ถือว่าเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ นั่นคือ

$$L(\theta; X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

นิยาม ค่าของพารามิเตอร์ θ ในเทอมของค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม X_1, X_2, \dots, X_n ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีค่าสูงสุด เรียกว่า ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator-MLE) ของ θ นั่นคือค่าของ θ คือ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ เป็น MLE ของ θ ก็ต่อเมื่อ $L(\hat{\theta}) = L(\hat{\theta}(X_1, \dots, X_n))$ มีค่าสูงสุด

วิธีการหาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

เป็นวิธีการหาค่าของพารามิเตอร์ θ ที่ทำให้ฟังก์ชัน $L(\theta)$ สูงสุด ในการนี้มีข้อควรสังเกตดังต่อไปนี้

1. เป้าหมายในการหา MLE ของ θ คือ การหาค่า θ เรียกว่า $\hat{\theta} = \hat{\theta}(x_1, \dots, x_n)$ ที่ทำให้ $L(\hat{\theta}; x_1, \dots, x_n) \geq L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n)$ เมื่อ $\theta \in \Omega$ และ $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$

2. ถ้าฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น $L(\theta)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ (Differentiable function) เมื่อเทียบกับ θ อาจใช้อนุพันธ์หา MLE ของ θ ได้ เมื่อเรนจ์ของ $f(x; \theta)$ ไม่ขึ้นอยู่กับ θ และ θ อยู่ในช่วงจำนวนจริงช่วงหนึ่งในกรณีดังกล่าว $\hat{\theta}$ คือ รากของสมการ

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

เงื่อนไขพอเพียง (Sufficient Condition) ที่ $\hat{\theta}$ ทำให้ $L(\hat{\theta}) \geq L(\theta), \theta \in \Omega$ คือ

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2} < 0$$

$$\text{เมื่อ } \theta = \hat{\theta}$$

3. การใช้อนุพันธ์หา MLE ในหลายกรณีใช้ $\ln L$ จะสะดวกกว่าที่จะใช้ L ควรสังเกตว่า

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial L}{\partial \theta}$$

และ $L > 0$ ดังนั้นเมื่อให้

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = 0$$

เราจะได้ $\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$ ดังนั้น นอกจากนั้น เมื่อ

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta^2} < 0 \text{ ก็จะทำให้ } \frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2} < 0 \text{ ด้วย}$$

นิยาม สมการที่ใช้หา MLE คือ $\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$ หรือ $\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = 0$ เรียกว่า สมการภาวะน่าจะเป็น (Likelihood equation)

3.2 การประมาณค่าด้วยวิธีโมเมนต์ (Method of moments)

(ประชุม, 2545) เมื่อ X_1, X_2, \dots, X_n เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรมีโมเมนต์ที่ $2r$ เป็น ? $= E(X^{2r})$ แล้ว $E(\quad) = \quad$ และ $V(\quad) = - [\quad - \quad]$ เมื่อประชากรมีฟังก์ชันความหนาแน่นขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ $\theta, \theta, \dots, \theta$ และมีโมเมนต์ที่ k คือ ?

และให้โมเมนต์ที่ k ของตัวอย่างเป็น $M = -\sum$ ตัวประมาณแบบโมเมนต์ของ $\theta, \theta, \dots, \theta$ คือ ค่าพารามิเตอร์ในทอมของค่าสังเกต $, \dots,$ ที่ได้จากการแก้สมการ

$$? = M \quad ; j = 1, 2, \dots, k$$

ซึ่งทั้ง 2 วิธีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เขียนเป็นตารางแสดงการแจกแจง ตัวพารามิเตอร์ ตัวประมาณค่า และวิธีประมาณค่าได้ดังนี้ (Forbes, Evans, Hastings and Peacock, 2011: 111, 142)

การแจกแจง	พารามิเตอร์	ตัวประมาณค่า	วิธีการประมาณค่า
การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$	Scale parameter, β	-	Matching moments
	Shape parameter, α	-	Matching moments
การแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) $\text{NB}(s, p)$	p	$\frac{+}{-}$ Quantile y Number of failures $0 \leq y \leq \infty$ Y an integer	Maximum Likelihood Estimator

สำหรับในงานวิจัยนี้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) นอกจากการประมาณค่าโดยใช้ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับประมาณค่าพารามิเตอร์แอลฟา (α) และเบต้า (β) ดังตารางข้างต้นแล้ว ยังทดลองใช้การประมาณค่าโดยการประมาณค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มเพื่อใช้ในการพิจารณาค่า RMSE (RMSE: Root of Mean Square Error) เพิ่มเติม เนื่องจากมีค่า RMSE (RMSE: Root of Mean Square Error) บางค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบที่ได้ผลของวิธีการในการใช้สำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพแตกต่างกัน ซึ่งสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\alpha \beta$ และใช้ตัวประมาณค่าคือ -

ส่วนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ในที่นี้ใช้การประมาณด้วยค่าเฉลี่ย โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ - และใช้ตัวประมาณค่าคือ -

4. กรอบแนวคิดในการวิจัย

โดยภาพรวมแล้วสำหรับการศึกษาในครั้งนี้เป็นการศึกษาถึงวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) และเปรียบเทียบตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มทั้ง 3 วิธีๆ ใดก็ได้ตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพที่สุด โดยทดสอบด้วยการใช้แต่ละวิธีสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งเป็นแบบหนึ่งของการแจกแจงสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable) และสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ซึ่งเป็นแบบหนึ่งของการแจกแจงสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable) ซึ่งเมื่อสร้างตัวแปรสุ่มจากแต่ละวิธีได้แล้วจึงนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์ ที่ค่าพารามิเตอร์ จำนวนตัวอย่าง และจำนวนรอบของการทดสอบที่แตกต่างกัน โดยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพที่สุด จะเป็นวิธีที่ได้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) น้อยที่สุด

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษานี้มีขั้นตอนในการศึกษา 6 ขั้นตอน โดยทั้ง 6 ขั้นตอนดำเนินการโดยใช้การเขียนคำสั่งด้วยโปรแกรม Visual Basic 6.0 ในที่นี้ศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธีคือ วิธีการแปลงผกผัน วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม โดยมีขั้นตอนในการศึกษา ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ โดยที่

1.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับการทดสอบของการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) (α, β) โดยทดสอบเฉพาะกรณีที่ α, β มากกว่า 0 และเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น ดังนี้

(1,1),(5,10),(10,20),(15,35),(25,50),(50,70),(100,150),(150,170),(200,200) และ (300,350)

1.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์สำหรับการทดสอบของการแจกแจงแบบเบทวินามลบ (s,p) ดังนี้

(2,0.10),(15,0.35),(50,0.80),(80,0.45),(100,0.70),(200,0.40),(250,0.60),(400,0.20), (500,0.85) และ (700,0.05)

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) สำหรับการทดสอบเท่ากับ 40 , 80 , 200 , 500 , 1000 ของทั้งสองการแจกแจง และจำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และ 500 และ 1,000 รอบสำหรับการแจกแจงแบบเบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) แต่เนื่องจากขั้นตอนการทำงานและระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผลข้อมูลของโปรแกรมในที่นี้จึงไม่ได้ทดสอบที่จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

ขั้นตอนที่ 3 สร้างตัวเลขสุ่มด้วยวิธี Linear Congruential Method

ขั้นตอนที่ 4 นำตัวเลขสุ่มที่ได้มาสร้างค่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และการแจกแจงแบบเบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ขั้นตอนที่ 5 นำข้อมูลที่ได้จากการสร้างค่าตัวแปรสุ่มมาประมาณค่าพารามิเตอร์

ขั้นตอนที่ 6 คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของค่าประมาณเทียบกับค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด โดยในที่นี้คำนวณซ้ำ 500 รอบ 1000 รอบ และ 2000 รอบ โดย

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\theta_i - \theta_i)^2 \quad \text{และ} \quad RMSE = \sqrt{MSE}$$

เมื่อ

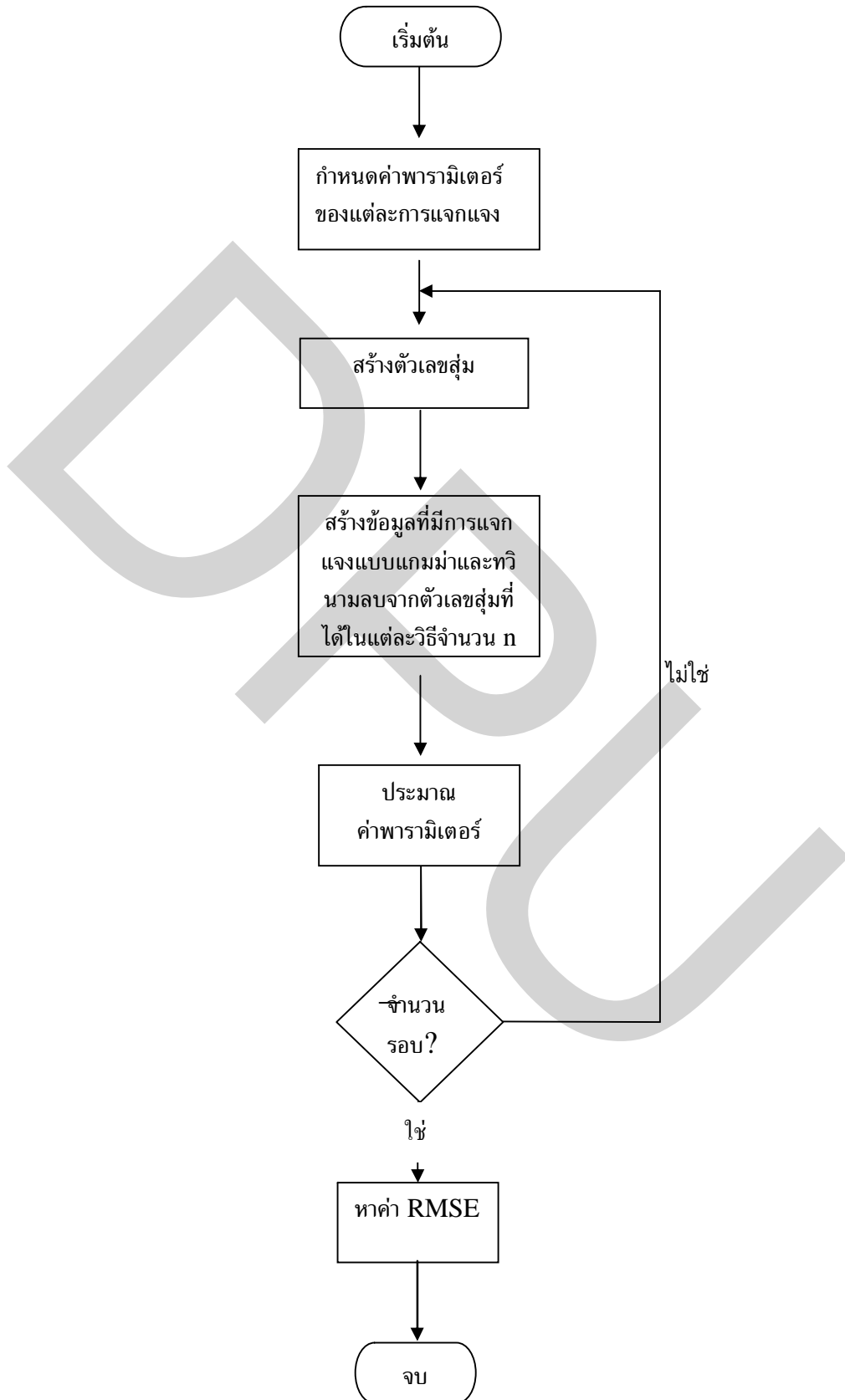
m คือ จำนวนรอบของการทำซ้ำ $m = 1, 2, \dots, m$

MSE คือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

RMSE คือ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

เมื่อได้ค่า RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่สร้างจากแต่ละวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มแล้ว นำมาเปรียบเทียบกันว่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่สร้างด้วยวิธีการสร้างวิธีใดที่ให้ค่า RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ต่ำที่สุด แสดงว่าวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพที่สุด เมื่อพิจารณาจากตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นและนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์

แผนภาพแสดงขั้นตอนการสร้างตัวแปรสุ่มและการประมาณค่าพารามิเตอร์



บทที่ 4

การวิเคราะห์ข้อมูล

จากการศึกษาถึงการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีแปลงผกผัน วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม มีวัตถุประสงค์ในการวิจัย 2 ข้อ คือ

1. เพื่อศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้าง 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)
2. เพื่อศึกษาว่าวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง

โดยในการวิเคราะห์ข้อมูลแยกเป็น 2 ตอนเพื่อให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ทั้ง 2 ข้อข้างต้น

ตอนที่ 1 การศึกษาถึงการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้าง 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ตอนที่ 2 การศึกษาถึงวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง

ตอนที่ 1 การศึกษาถึงการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้าง 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

สำหรับวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ต้องทราบฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution) ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการสร้างไม่ว่าจะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) หรือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

แต่ถ้าต้องการสร้างตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที่ไม่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอน เช่น การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution) จะไม่สามารถสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงดังกล่าวได้ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) แต่ถ้าเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution) ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการแจกแจงที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม เช่น การแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) การแจกแจงแบบเบอร์นูลลี (Bernoulli Distribution) เป็นต้น

สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงที่ใช้ในการศึกษานี้ ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟาไม่เป็นจำนวนเต็ม ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะไม่มีรูปแบบที่แน่นอน แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟาเป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมก็จะสามารถใช้วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ในการสร้างตัวแปรสุ่มได้ ดังนั้นสำหรับการศึกษาในครั้งนี้จะใช้วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) เฉพาะที่ค่าพารามิเตอร์แอลฟาเป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม โดยในการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ในที่นี้จะสร้างจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) ค่าพารามิเตอร์ (β) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) จำนวน m ตัว เมื่อนำตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) ค่าพารามิเตอร์ (β) จำนวน m ตัวมารวมกัน จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ (m, β)

ส่วนตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) สร้างขึ้นจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจก

แจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) จำนวน S ตัว แล้วนำตัวแปรสุ่มเรขาคณิต (Geometric Distribution) ที่ได้จำนวน S ตัวดังกล่าวมารวมกัน โดยอาศัยคุณสมบัติของการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) คือ ถ้า X_1, X_2, \dots, X_S เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ p แล้ว $X_1 + X_2 + \dots + X_S$ จะมีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ S, p

สำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวม (The Convolution Method) จากวิธีการในการสร้างของวิธีนี้ คือ ถ้าตัวแปรสุ่ม X_1, X_2, \dots, X_n มีการแจกแจงแบบเดียวกันและเป็นอิสระต่อกันแล้ว เมื่อนำ $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการ ดังนั้นสำหรับวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวม (The Convolution Method) ในการศึกษาจึงใช้วิธีการเดียวกับวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ทั้งการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution)

ตอนที่ 2 การศึกษาถึงวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง

จากการทดสอบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) โดยข้อมูลของทั้ง 2 การแจกแจงสร้างด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบว่าตัวแปรสุ่มแต่ละการแจกแจงที่สร้างด้วยวิธีใดที่มีประสิทธิภาพที่สุด โดยพิจารณาจากราคที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุด (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์

ในการนำเสนอผลด้วยค่า RMSE นั้นสำหรับวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีแปลงผกผัน และวิธีการรวมจะใช้ค่า RMSE เดียวกัน เนื่องจากโดยวิธีการสร้างที่ใช้สำหรับการศึกษาในที่นี้เป็นวิธีการเดียวกัน ส่วนจำนวนรอบของการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ทดสอบด้วยจำนวนรอบของการทดสอบ 500 , 1,000 และ 2,000 รอบ แต่สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ(Negative Binomial Distribution) ทดสอบด้วยจำนวนรอบของการทดสอบ 500 และ 1,000 รอบ นำเสนอผลด้วยตารางตามลำดับ ดังนี้

ตารางที่ 1 ถึง ตารางที่ 5

แสดงค่าราคที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

ตารางที่ 6 ถึง ตารางที่ 10

แสดงค่าราคที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

ตารางที่ 11 ถึง ตารางที่ 15

แสดงค่าราคที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

ตารางที่ 16 ถึง ตารางที่ 20

แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

ตารางที่ 21 ถึง ตารางที่ 25

แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

ตารางที่ 26 ถึง ตารางที่ 30

แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

ตารางที่ 31 ถึง ตารางที่ 35

แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

ตารางที่ 36 ถึง ตารางที่ 40

แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) จากการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่จำนวนตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

ตารางที่ 1

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.1921	0.794***
	Beta	6.06***	585.0648
(5,10)	Alpha	2.0894***	2.6655
	Beta	344.0512	7.361***
(10,20)	Alpha	6.9401	4.5733
	Beta	1,381.7917	17.9166
(15,35)	Alpha	11.8632	6.6316
	Beta	3,613.478	33.0339
(25,50)	Alpha	21.9347	10.626
	Beta	8,63 8.6963	48.1643
(50,70)	Alpha	46.9711	20.4347
	Beta	25,280.4591	68.2641
(100,150)	Alpha	96.902	39.4372
	Beta	105,216.8154	148.3518
(150,170)	Alpha	146.8764	59.7879
	Beta	177,662.8309	168.3208
(200,200)	Alpha	196.8449	77.2317
	Beta	279,763.656	198.364
(300,350)	Alpha	296.8372	117.9404
	Beta	734,868.9357	348.3366

จากตารางที่ 1 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 2

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0796	0.8608***
	Beta	12.6948***	689.0309
(5,10)	Alpha	2.0256***	2.7291
	Beta	678.202	7.2339***
(10,20)	Alpha	6.9737	4.7704
	Beta	2,750.0841	17.8331
(15,35)	Alpha	11.9534	6.6871
	Beta	7,136.4087	33.0392
(25,50)	Alpha	21.9376	10.425
	Beta	16,913.1332	48.2061
(50,70)	Alpha	46.9252	20.5619
	Beta	47,811.8968	68.2562
(100,150)	Alpha	96.909	39.9231
	Beta	203,205.5226	148.3109
(150,170)	Alpha	146.9829	56.9449
	Beta	349,861.9621	168.3749
(200,200)	Alpha	196.9605	76.1083
	Beta	547,849.2094	198.3731
(300,350)	Alpha	296.9205	112.3248
	Beta	1,426,359.4854	348.3905

จากตารางที่ 2 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 3

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0798	0.8914***
	Beta	32.5888***	850.8786
(5,10)	Alpha	2.0107***	2.8619
	Beta	1,689.2312	7.081***
(10,20)	Alpha	7.0035	4.9015
	Beta	6,751.4905	17.8012
(15,35)	Alpha	11.9504	6.8133
	Beta	17,540.7297	33.0232
(25,50)	Alpha	21.9678	10.7272
	Beta	41,996.9027	48.1724
(50,70)	Alpha	46.9887	20.1064
	Beta	118,964.0536	68.2958
(100,150)	Alpha	96.9725	39.1665
	Beta	504,549.1115	148.3375
(150,170)	Alpha	146.9716	58.2354
	Beta	858,830.3916	168.351
(200,200)	Alpha	196.9809	76.6621
	Beta	1,343,057.4899	198.3658
(300,350)	Alpha	296.9888	115.6691
	Beta	3,542,965.147	348.3633

จากตารางที่ 3 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 4

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0118	0.9184***
	Beta	83.0552***	977.0445
(5,10)	Alpha	2.0055***	2.9371
	Beta	4,187.5563	7.0107***
(10,20)	Alpha	6.9806	4.866
	Beta	16,667.2167	17.8251
(15,35)	Alpha	11.9925	6.7856
	Beta	44,152.7513	33.0336
(25,50)	Alpha	21.9707	10.5434
	Beta	104,127.6855	48.1985
(50,70)	Alpha	46.966	20.2785
	Beta	293,014.0573	68.283
(100,150)	Alpha	96.9921	39.2241
	Beta	1,253,975.0032	148.3366
(150,170)	Alpha	147.0047	59.0378
	Beta	2,143,256.4859	168.3392
(200,200)	Alpha	196.9978	78.0163
	Beta	3,355,441.8529	198.3515
(300,350)	Alpha	297.0014	115.9918
	Beta	8,747,598.9263	348.3626

จากตารางที่ 4 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 5

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ **500** รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0387	0.9532***
	Beta	166.018***	1,020.4029
(5,10)	Alpha	2.0137***	3.0824
	Beta	8,412.3946	6.7682***
(10,20)	Alpha	6.9952	5.0697
	Beta	33,620.8372	17.7583
(15,35)	Alpha	12.0052	6.9733
	Beta	88,224.0358	33.0077
(25,50)	Alpha	21.9975	10.8888
	Beta	209,252.73	48.1602
(50,70)	Alpha	46.9993	20.5752
	Beta	583,504.6463	68.268
(100,150)	Alpha	96.9991	39.7467
	Beta	2,498,902.7369	148.3251
(150,170)	Alpha	146.9985	58.9505
	Beta	4,257,462.7405	168.3424
(200,200)	Alpha	196.9933	77.8782
	Beta	6,643,143.4284	198.3542
(300,350)	Alpha	296.9949	115.6056
	Beta	17,507,825.2059	348.368

จากตารางที่ 5 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **500** รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง **RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error)** ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ **(1,1)** และ **(5,10)** ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 6

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.2008	0.7805***
	Beta	6.1752***	464.3561
(5,10)	Alpha	2.0276***	2.6023
	Beta	342.7884	7.3897***
(10,20)	Alpha	6.9716	4.733
	Beta	1,406.1642	17.7924
(15,35)	Alpha	11.9425	6.6288
	Beta	3,681.0291	33.0136
(25,50)	Alpha	21.9134	10.7197
	Beta	8,666.602	48.1358
(50,70)	Alpha	46.9388	20.4385
	Beta	24,739.185	68.2659
(100,150)	Alpha	96.9148	39.0759
	Beta	105,018.4437	148.3491
(150,170)	Alpha	146.9019	57.6057
	Beta	177,730.1158	168.3652
(200,200)	Alpha	196.878	76.5791
	Beta	277,576.2085	198.3874
(300,350)	Alpha	296.8815	116.2586
	Beta	733,593.4645	348.3625

จากตารางที่ 6 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 7

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.1334	0.8524***
	Beta	12.6027***	718.004
(5,10)	Alpha	2.0077***	2.8661
	Beta	678.3035	7.0322***
(10,20)	Alpha	6.9408	4.7697
	Beta	2,696.3464	17.807
(15,35)	Alpha	11.9773	6.7073
	Beta	7,237.2967	33.0341
(25,50)	Alpha	21.9712	10.5769
	Beta	17,191.0829	48.1829
(50,70)	Alpha	46.9551	19.9777
	Beta	47,688.2027	68.2919
(100,150)	Alpha	96.9817	39.7418
	Beta	206,546.5217	148.3174
(150,170)	Alpha	146.9397	58.7212
	Beta	346,532.317	168.3353
(200,200)	Alpha	196.9408	77.4145
	Beta	548,166.8453	198.355
(300,350)	Alpha	296.9803	117.1668
	Beta	1,457,048.9449	348.3464

จากตารางที่ 7 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 8

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง **200** ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ **1,000** รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0461	0.8942***
	Beta	32.7286***	785.9577
(5,10)	Alpha	1.9948***	2.9135
	Beta	1,677.4828	7.018***
(10,20)	Alpha	6.9979	4.9218
	Beta	6,793.8889	17.7651
(15,35)	Alpha	11.9756	6.8737
	Beta	17,720.7228	33.0059
(25,50)	Alpha	21.9782	10.5055
	Beta	42,089.5091	48.1991
(50,70)	Alpha	46.9863	20.2162
	Beta	118,137.0534	68.2822
(100,150)	Alpha	96.9732	39.1054
	Beta	504,681.5186	148.337
(150,170)	Alpha	146.9932	58.1856
	Beta	860,665.6884	168.3517
(200,200)	Alpha	196.9853	77.5415
	Beta	1,341,845.8429	198.3536
(300,350)	Alpha	296.9658	115.5757
	Beta	3,524,266.659	348.3646

จากตารางที่ 8 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 9

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0292	0.9143***
	Beta	83.1094***	901.0299
(5,10)	Alpha	1.9922***	2.9174
	Beta	4,202.7369	7.007***
(10,20)	Alpha	6.9841	4.93
	Beta	16,930.7289	17.8003
(15,35)	Alpha	11.9758	6.8819
	Beta	43,953.6929	33.0121
(25,50)	Alpha	21.9907	10.7272
	Beta	104,799.7765	48.1693
(50,70)	Alpha	46.9891	20.231
	Beta	294,707.8329	68.2857
(100,150)	Alpha	96.9868	39.6452
	Beta	1,254,577.6915	148.3243
(150,170)	Alpha	146.9977	58.9542
	Beta	2,137,834.2495	168.3401
(200,200)	Alpha	196.9828	77.8768
	Beta	3,333,929.683	198.3531
(300,350)	Alpha	296.9832	116.6843
	Beta	8,770,487.7741	348.3566

จากตารางที่ 9 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 10

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ **1,000** รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.03	0.9363***
	Beta	167.0976***	895.9681
(5,10)	Alpha	1.9947***	2.9199
	Beta	8,362.9306	7.0299***
(10,20)	Alpha	6.9953	4.9122
	Beta	33,561.857	17.8058
(15,35)	Alpha	11.9972	6.9928
	Beta	88,142.5965	32.9845
(25,50)	Alpha	22.0035	10.7177
	Beta	210,440.6906	48.1791
(50,70)	Alpha	46.9948	20.26
	Beta	585,500.4029	68.2859
(100,150)	Alpha	96.986	39.5886
	Beta	2,497,651.3045	148.3285
(150,170)	Alpha	146.9892	58.413
	Beta	4,238,761.5259	168.3515
(200,200)	Alpha	196.9954	77.9138
	Beta	6,674,664.324	198.3537
(300,350)	Alpha	296.9911	116.1075
	Beta	17,489,094.3008	348.3633

จากตารางที่ 10 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 11

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.2338	0.7993***
	Beta	6.0858***	584.4629
(5,10)	Alpha	2.0682***	2.7016
	Beta	344.0618	7.2712***
(10,20)	Alpha	6.9808	4.7091
	Beta	1,388.5236	17.7934
(15,35)	Alpha	11.9404	6.6357
	Beta	3,662.7939	33.0324
(25,50)	Alpha	21.9135	10.3535
	Beta	8,723.0734	48.2054
(50,70)	Alpha	46.9014	20.2217
	Beta	24,632.5943	68.2846
(100,150)	Alpha	96.9034	39.4649
	Beta	106,582.1468	148.327
(150,170)	Alpha	146.9022	58.3229
	Beta	180,488.5199	168.3585
(200,200)	Alpha	196.9191	79.0472
	Beta	283,030.2521	198.3412
(300,350)	Alpha	296.9008	116.1394
	Beta	736,400.2917	348.3705

จากตารางที่ 11 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 12

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.1153	0.8571***
	Beta	12.7333***	608.0111
(5,10)	Alpha	2.0189***	2.7841
	Beta	674.0988	7.1507***
(10,20)	Alpha	6.9689	4.8352
	Beta	2,707.8538	17.7761
(15,35)	Alpha	11.9505	6.6905
	Beta	7,149.466	33.0373
(25,50)	Alpha	21.9516	10.6164
	Beta	17,072.6967	48.1696
(50,70)	Alpha	46.9381	20.1891
	Beta	47,462.7105	68.2782
(100,150)	Alpha	96.9507	39.2414
	Beta	205,057.9977	148.3333
(150,170)	Alpha	146.943	58.1858
	Beta	349,134.4198	168.3512
(200,200)	Alpha	196.9581	77.8954
	Beta	547,636.6285	198.3499
(300,350)	Alpha	296.9486	115.2007
	Beta	1,433,240.1123	348.3655

จากตารางที่ 12 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 13

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0485	0.8985***
	Beta	32.6806***	762.1068
(5,10)	Alpha	2.0128***	2.9146
	Beta	1,690.6285	6.9906***
(10,20)	Alpha	6.9784	4.9058
	Beta	6,723.0466	17.7931
(15,35)	Alpha	11.9946	6.8043
	Beta	17,834.792	33.0267
(25,50)	Alpha	21.986	10.6721
	Beta	42,361.9375	48.1757
(50,70)	Alpha	46.9753	20.2919
	Beta	118,330.8699	68.279
(100,150)	Alpha	96.9909	39.3333
	Beta	507,243.1073	148.3301
(150,170)	Alpha	146.9752	58.13
	Beta	856,341.3977	168.353
(200,200)	Alpha	196.9763	77.6155
	Beta	1,347,468.6712	198.3539
(300,350)	Alpha	296.9701	115.3387
	Beta	3,515,711.0915	348.3665

จากตารางที่ 13 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 14

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0248	0.9158***
	Beta	83.1282***	960.2781
(5,10)	Alpha	1.9928***	2.9563
	Beta	4,184.6719	6.9294***
(10,20)	Alpha	6.9913	4.9079
	Beta	16,822.2413	17.8069
(15,35)	Alpha	11.9944	6.8757
	Beta	44,060.9421	33.0085
(25,50)	Alpha	21.9882	10.7115
	Beta	105,003.2424	48.1721
(50,70)	Alpha	46.9921	20.0326
	Beta	292,622.449	68.2964
(100,150)	Alpha	96.9953	39.4524
	Beta	1,255,975.4649	148.3304
(150,170)	Alpha	146.9918	58.6395
	Beta	2,133,595.5499	168.3465
(200,200)	Alpha	196.9836	77.8188
	Beta	3,334,731.2202	198.3535
(300,350)	Alpha	297.0018	116.657
	Beta	8,809,878.3902	348.3573

จากตารางที่ 14 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ตารางที่ 15

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์
สำหรับการแจกแจงแบบแกมมาที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง
จำนวนรอบของการทดสอบ **2,000** รอบ

(Alpha,Beta) (α,β)		วิธีการแปลงผกผันและวิธีการ รวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	Alpha	2.0254	0.9517***
	Beta	166.2571***	1,088.6226
(5,10)	Alpha	2.005***	3.0404
	Beta	8,346.7669	6.8453
(10,20)	Alpha	7.0015	5.0269
	Beta	33,462.2951	17.7751
(15,35)	Alpha	11.9952	6.9455
	Beta	87,690.7712	33.0145
(25,50)	Alpha	21.9988	10.8968
	Beta	209,603.2676	48.1604
(50,70)	Alpha	46.9951	20.4322
	Beta	584,290.6818	68.278
(100,150)	Alpha	96.9929	39.7083
	Beta	2,500,317.3596	148.3249
(150,170)	Alpha	146.9994	58.8402
	Beta	4,258,402.9043	168.3437
(200,200)	Alpha	196.9929	77.5361
	Beta	6,662,753.3992	198.3588
(300,350)	Alpha	296.9973	115.9397
	Beta	17,508,380.0216	348.3646

จากตารางที่ 15 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)

โดยประมาณค่าพารามิเตอร์แอลฟาและเบต้าที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง ด้วยจำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ ดังผลการทดสอบตั้งแต่ตารางที่ 1 ถึงตารางที่ 15 ซึ่งค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม

ดังนั้นจึงทดลองทดสอบการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้ค่าเฉลี่ย ซึ่งได้ผลการทดสอบคือ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ ดังผลการทดสอบที่แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error)ตั้งแต่ ตารางที่ 16 ถึง ตารางที่ 30 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 16

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ยสำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง **40** ตัวอย่างจำนวนรอบของการทดสอบ **500** รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	19.3731	14.8321
(5,10)	1,008.906	43.9852
(10,20)	4,050.3124	189.1189
(15,35)	10,578.4231	509.1933
(25,50)	24,777.4923	1,224.0905
(50,70)	70,328.5832	3,449.1997
(100,150)	300,389.4888	14,899.3145
(150,170)	516,473.9093	25,349.2494
(200,200)	793,392.3958	39,799.3293
(300,350)	2,112,143.9589	104,699.6486

จากตารางที่ 16 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 17

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	38.883	15.1836
(5,10)	1,990.5939	43.982
(10,20)	7,896.8655	189.1006
(15,35)	21,066.2223	509.1948
(25,50)	50,026.6806	1,224.2691
(50,70)	139,380.178	3,449.1665
(100,150)	602,061.5217	14,899.292
(150,170)	1,020,610.2943	25,349.2575
(200,200)	1,590,944.7567	39,799.124
(300,350)	4,184,484.6087	104,699.386

จากตารางที่ 17 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 18

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง **200** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **500** รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	101.2603	12.2358
(5,10)	4,946.5572	43.9939
(10,20)	20,061.4406	189.0499
(15,35)	52,832.2296	509.162
(25,50)	124,533.3855	1,224.1707
(50,70)	348,217.8585	3,449.1821
(100,150)	1,486,777.925	14,899.1108
(150,170)	2,538,747.2417	25,349.1682
(200,200)	3,994,776.2414	39,799.2613
(300,350)	10,434,768.2378	104,699.1398

จากตารางที่ 18 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 19

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	252.3152	10.6906
(5,10)	12,530.0602	43.9905
(10,20)	49,663.0659	189.0993
(15,35)	131,122.8622	509.1136
(25,50)	312,974.738	1,224.1962
(50,70)	872,735.5234	3,449.1448
(100,150)	3,732,737.9639	14,899.1509
(150,170)	6,367,444.7331	25,349.1642
(200,200)	9,935,911.507	39,799.1288
(300,350)	26,081,860.7429	104,699.1424

จากตารางที่ 19 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 20

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	501.1746	10.8299
(5,10)	24,865.8304	43.9499
(10,20)	100,012.1665	189.0878
(15,35)	262,406.332	509.1209
(25,50)	623,902.8349	1,224.1387
(50,70)	1,746,090.7328	3,449.1469
(100,150)	7,482,037.4275	14,899.1465
(150,170)	12,708,009.3709	25,349.1756
(200,200)	19,959,651.0813	39,799.1757
(300,350)	52,345,377.5288	104,699.1953

จากตารางที่ 20 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 21

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง **40** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **1,000** รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	19.414	11.23
(5,10)	982.7948	43.9418
(10,20)	3,963.5263	189.0783
(15,35)	10,274.1619	509.0807
(25,50)	24,671.6338	1,224.167
(50,70)	68,867.4225	3,449.1306
(100,150)	295,327.7553	14,899.1529
(150,170)	502,939.9768	25,349.1338
(200,200)	797,632.505	39,799.3139
(300,350)	2,094,270.2551	104,699.2824

จากตารางที่ 21 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 22

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	39.7769	12.8043
(5,10)	1,985.6644	43.9525
(10,20)	8,036.471	189.1248
(15,35)	20,845.3473	509.1341
(25,50)	49,707.7388	1,224.1528
(50,70)	139,521.3548	3,449.1497
(100,150)	591,603.4339	14,899.1285
(150,170)	1,011,183.5865	25,349.1631
(200,200)	1,587,508.9829	39,799.216
(300,350)	4,158,912.5263	104,699.0294

จากตารางที่ 22 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 23

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	99.2115	11.8655
(5,10)	5,016.515	43.97
(10,20)	19,852.5591	189.0885
(15,35)	52,438.3565	509.1227
(25,50)	124,131.6292	1,224.1296
(50,70)	348,741.9517	3,449.1813
(100,150)	1,494,422.7669	14,899.1874
(150,170)	2,554,369.5877	25,349.2133
(200,200)	3,982,089.4133	39,799.1632
(300,350)	10,496,813.3483	104,699.2477

จากตารางที่ 23 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 24

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	249.6464	9.9689
(5,10)	12,587.7595	44.0019
(10,20)	50,119.5447	189.0991
(15,35)	132,267.2648	509.1505
(25,50)	310,640.5852	1,224.1285
(50,70)	871,258.9609	3,449.1449
(100,150)	3,740,200.6001	14,899.1733
(150,170)	6,363,464.1411	25,349.2022
(200,200)	9,963,775.8439	39,799.1648
(300,350)	26,148,180.9307	104,699.1957

จากตารางที่ 24 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 25

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **1,000** รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	501.511	9.5962
(5,10)	25,030.4706	43.9708
(10,20)	99,977.2188	189.1104
(15,35)	261,340.0956	509.1232
(25,50)	626,900.3725	1,224.1953
(50,70)	1,750,497.5822	3,449.1872
(100,150)	7,481,133.9903	14,899.1653
(150,170)	12,726,608.972	25,349.1923
(200,200)	19,966,506.7638	39,799.1934
(300,350)	52,298,974.1738	104,699.1473

จากตารางที่ 25 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **1,000** รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง **RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error)** ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 26

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง **40** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **2,000** รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	19.9886	11.8824
(5,10)	1,007.9282	44.0295
(10,20)	3,990.1287	189.1403
(15,35)	10,698.4582	509.2135
(25,50)	24,936.6737	1,224.1369
(50,70)	69,276.8748	3,449.1086
(100,150)	298,328.6963	14,899.21
(150,170)	505,709.4916	25,349.1797
(200,200)	793,762.2582	39,799.2834
(300,350)	2,071,153.0951	104,699.1904

จากตารางที่ 26 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 27

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง **80** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **2,000** รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	40.2817	13.7659
(5,10)	1,988.4568	44.0236
(10,20)	7,926.6761	189.0269
(15,35)	20,794.9823	509.1037
(25,50)	49,548.6975	1,224.1369
(50,70)	139,044.5521	3,449.2441
(100,150)	594,386.7224	14,899.1838
(150,170)	1,012,139.8229	25,349.1291
(200,200)	1,585,369.8368	39,799.113
(300,350)	4,184,620.8477	104,699.2054

จากตารางที่ 27 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 28

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	98.633	12.4369
(5,10)	4,968.7585	43.968
(10,20)	19,912.9106	189.1173
(15,35)	52,211.4077	509.1083
(25,50)	125,432.4915	1,224.1744
(50,70)	348,861.4229	3,449.1719
(100,150)	1,496,077.4642	14,899.1794
(150,170)	2,557,549.1601	25,349.2359
(200,200)	3,984,308.8961	39,799.1511
(300,350)	10,452,440.1748	104,699.1731

จากตารางที่ 28 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 29

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	250.4692	11.4198
(5,10)	12,512.7304	43.9874
(10,20)	50,178.2933	189.115
(15,35)	131,269.3048	509.1239
(25,50)	313,852.2274	1,224.1909
(50,70)	871,224.3018	3,449.1627
(100,150)	3,744,965.2135	14,899.1765
(150,170)	6,347,112.5536	25,349.1917
(200,200)	9,965,787.7423	39,799.1821
(300,350)	26,142,981.3377	104,699.1598

จากตารางที่ 29 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 30

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **2,000** รอบ

(α, β)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(1,1)	497.8727	9.5658
(5,10)	24,964.3266	43.9744
(10,20)	100,090.4259	189.0996
(15,35)	261,983.3821	509.1168
(25,50)	625,010.9751	1,224.1584
(50,70)	1,744,282.9126	3,449.1523
(100,150)	7,482,549.0322	14,899.1713
(150,170)	12,721,931.5391	25,349.1768
(200,200)	19,941,031.7866	39,799.184
(300,350)	52,418,241.2786	104,699.1901

จากตารางที่ 30 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **2,000** รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง **RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error)** ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ยสำหรับการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ตั้งแต่ตารางที่ 16 ถึงตารางที่ 30 ที่ทุกขนาดตัวอย่าง คือ 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ (1,1) (5,10) (10,20) (15,35) (25,50) (50,70) (100,150) (150,170) (200,200) (300,350) ด้วยจำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ พบว่า ให้ผลการทดสอบเหมือนกัน คือ วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method) มีค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) น้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)



ตารางที่ 31

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	196,387.3388	19.4641
(15,0.35)	224,917.9435	42.1854
(50,0.80)	219,992.3059	61.8303
(80,0.45)	620,005.6807	177.0563
(100,0.70)	185,301.2275	142.008
(200,0.40)	2,183,890.0222	499.3041
(250,0.60)	272,829.4145	415.8692
(400,0.20)	15,933,999.4483	1,999.4002
(500,0.85)	2,743,782.2562	587.3112
(700,0.05)	149,248,409.7818	13,999.4953

จากตารางที่ 31 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 32

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	391,519.6303	19.4526
(15,0.35)	453,467.5217	42.1859
(50,0.80)	436,598.6877	61.8262
(80,0.45)	1,219,567.7811	177.053
(100,0.70)	399,533.0161	142.0082
(200,0.40)	4,481,221.0849	499.3045
(250,0.60)	490,208.7864	415.8655
(400,0.20)	32,015,804.7909	1,999.3986
(500,0.85)	5,454,772.8285	587.3109
(700,0.05)	297,875,206.0934	13,999.4981

จากตารางที่ 32 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุก ๆ ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 33

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	964,837.4012	19.456
(15,0.35)	1,125,274.0195	42.1796
(50,0.80)	1,100,745.8385	61.8267
(80,0.45)	3,044,074.3824	177.0562
(100,0.70)	989,996.6792	142.0097
(200,0.40)	10,895,012.1225	499.2991
(250,0.60)	1,299,691.2122	415.8673
(400,0.20)	80,487,915.8935	1,999.4054
(500,0.85)	13,709,922.978	587.311
(700,0.05)	746,819,321.1038	13,999.4988

จากตารางที่ 33 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 34

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	2,439,377.3655	19.4601
(15,0.35)	2,850,431.7786	42.1855
(50,0.80)	2,735,760.8677	61.8278
(80,0.45)	7,675,784.6684	177.0566
(100,0.70)	2,491,722.9891	142.0085
(200,0.40)	27,391,971.731	499.3019
(250,0.60)	3,281,244.0985	415.8682
(400,0.20)	200,899.273.0308	1,999.4067
(500,0.85)	34,287,197.948	587.3104
(700,0.05)	1,868,307,505.4831	13,999.4912

จากตารางที่ 34 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 35

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **500** รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	4,903,108.4882	19.4595
(15,0.35)	5,709,668.2911	42.1849
(50,0.80)	5,530,600.0143	61.8275
(80,0.45)	15,560,904.3461	177.055
(100,0.70)	4,999,699.6385	142.0072
(200,0.40)	54,835,105.593	499.302
(250,0.60)	6,484,974.3302	415.8672
(400,0.20)	400,603,042.8778	1,999.4048
(500,0.85)	68,408,545.8372	587.3108
(700,0.05)	372,679,494,067.2767	13,999.4971

จากตารางที่ 35 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 36

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	392,723.5262	19.4566
(15,0.35)	457,043.9709	42.1835
(50,0.80)	445,457.6385	61.6014
(80,0.45)	1,245,366.4738	177.0557
(100,0.70)	372,632.2783	142.0075
(200,0.40)	4,398,498.7149	499.3
(250,0.60)	498,765.7059	415.866
(400,0.20)	31,980,204.1194	1,999.3992
(500,0.85)	5,496,542.1746	587.3103
(700,0.05)	298,688,582.4036	13,999.4938

จากตารางที่ 36 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 37

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ยสำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง **80** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **1,000** รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	779,868.641	19.4475
(15,0.35)	906,943.7534	42.1861
(50,0.80)	868,914.7588	61.6016
(80,0.45)	2,468,818.9562	177.0533
(100,0.70)	789,994.1236	142.007
(200,0.40)	8,717,619.4006	499.3034
(250,0.60)	1,061,449.8058	415.8666
(400,0.20)	63,876,876.5311	1,999.3989
(500,0.85)	10,964,530.8879	587.3113
(700,0.05)	592,381,542.5235	13,999.4725

จากตารางที่ 37 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 80 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 38

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	1,969,643.1831	19.4572
(15,0.35)	2,267,616.6778	42.1829
(50,0.80)	2,204,530.423	61.6008
(80,0.45)	6,204,957.748	177.0541
(100,0.70)	1,971.396.4527	142.0075
(200,0.40)	21,944.732.2085	499.3036
(250,0.60)	2,436,987.5778	415.8675
(400,0.20)	160,555,210.9211	1,999.4019
(500,0.85)	27,289,083.3112	587.3107
(700,0.05)	1,486,637,793.7719	13,999.488

จากตารางที่ 38 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 200 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 39

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	4,880,059.2688	19.4566
(15,0.35)	5,647,808.2003	42.185
(50,0.80)	5,506,408.621	61.6004
(80,0.45)	15,443,627.3441	177.0538
(100,0.70)	4,915,854.6001	142.0071
(200,0.40)	55,013,392.6779	499.3018
(250,0.60)	6,318,948.4405	415.8676
(400,0.20)	399,032,767.5491	1,999.4013
(500,0.85)	68,707,640.2837	587.3107
(700,0.05)	3,733,702,033.5902	13,999.4849

จากตารางที่ 39 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 500 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

ตารางที่ 40

ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย สำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ ที่ขนาดตัวอย่าง **1,000** ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ **1,000** รอบ

(s,p)	วิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม	วิธีการยอมรับและปฏิเสธ
(2,0.10)	9,784,990.451	19.4578
(15,0.35)	11,364,429.3911	42.1842
(50,0.80)	10,955,400.5922	61.6004
(80,0.45)	30,859,276.3411	177.0538
(100,0.70)	9,861,247.145	142.0077
(200,0.40)	110,403,356.8861	499.301
(250,0.60)	12,888,589.3283	415.8673
(400,0.20)	800,886,443.134	1,999.4036
(500,0.85)	136,979,428.0198	587.3109
(700,0.05)	7,463,912,327.0969	13,999.4851

จากตารางที่ 40 พบว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 1,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธมีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผันและวิธีการรวม ที่ทุกๆค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ

จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ยสำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ตั้งแต่ตารางที่ 31 ถึงตารางที่ 40 ที่ทุกขนาดตัวอย่าง คือ 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ (2,0.10) (15,0.35) (50,0.80) (80,0.45) (100,0.70) (200,0.40) (250,0.60) (400,0.20) (500,0.85) (700,0.05) ด้วยจำนวนรอบของการทดสอบ 500 และ 1,000 รอบ พบว่า ให้ผลการทดสอบเหมือนกัน คือ วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance and Rejection Method) มีค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) น้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการแปลงผกผัน วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม โดยมีวัตถุประสงค์ คือ 1) เพื่อศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) และ 2) เพื่อศึกษาว่าวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องนั้น

สรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์ในแต่ละข้อ ดังนี้

1. จากการศึกษการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) พบว่า วิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ต้องทราบฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution) ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการสร้างไม่ว่าจะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) หรือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution) แต่ถ้าต้องการสร้างตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที่ไม่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอน เช่น การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution) จะไม่สามารถสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงดังกล่าวได้ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) แต่ถ้าเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution) ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการแจกแจงที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม เช่น การแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) การแจกแจงแบบเบอร์นูลลี (Bernoulli Distribution) เป็นต้น

สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงที่ใช้ในการศึกษานี้ ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟาไม่เป็นจำนวนเต็ม ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะไม่มีรูปแบบที่แน่นอน แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟาเป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมก็จะ

สามารถใช้วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ในการสร้างตัวแปรสุ่มได้ ดังนั้น สำหรับการศึกษานี้จึงใช้วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) เฉพาะที่ค่าพารามิเตอร์แอลฟาเป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม โดยในการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ในที่นี้จะสร้างจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) ค่าพารามิเตอร์ (β) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) จำนวน m ตัว เมื่อนำตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) ค่าพารามิเตอร์ (β) จำนวน m ตัวมารวมกัน จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ (m, β)

ส่วนตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) สร้างขึ้นจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) จำนวน S ตัว แล้วนำตัวแปรสุ่มเรขาคณิต (Geometric Distribution) ที่ได้จำนวน S ตัวดังกล่าวมารวมกัน โดยอาศัยคุณสมบัติของการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) คือ ถ้า X_1, X_2, \dots, X_S เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ p แล้ว $X_1 + X_2 + \dots + X_S$ จะมีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ S, p

สำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวม (The Convolution Method) จากวิธีการในการสร้างของวิธีนี้ คือ ถ้าตัวแปรสุ่ม X_1, X_2, \dots, X_n มีการแจกแจงแบบเดียวกันและเป็นอิสระต่อกันแล้ว เมื่อนำ $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการ ดังนั้นสำหรับวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวม (The Convolution Method) ในการศึกษาครั้งนี้จึงใช้วิธีการเดียวกับวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ทั้งการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution)

ในส่วนของการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) นั้น เป็นวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม โดยที่ถ้ามีวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบใดรูปแบบหนึ่ง สามารถที่จะนำมาใช้ในการสร้างฟังก์ชันการแจกแจงอีกแบบหนึ่งตามที่ต้องการ โดยการสร้างจากฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นนั้นและยอมรับค่าที่สร้างขึ้นนี้ด้วยสัดส่วนความน่าจะเป็น ระหว่างฟังก์ชันใหม่ที่สร้างขึ้นกับฟังก์ชันที่สร้างขึ้นได้ โดยสัดส่วนความน่าจะเป็นนี้ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ ค่าคงที่ใดค่าหนึ่งที่กำหนดขึ้น ซึ่งหลักการเหมือนกันทั้งการสร้างตัวแปรสุ่มที่

มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

2. วิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง พบว่า จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟาที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ขนาดตัวอย่าง และจำนวนรอบของการทดสอบ แต่เมื่อทดลองทดสอบประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย พบว่า ที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ขนาดตัวอย่าง และจำนวนรอบของการทดสอบ แสดงว่า สำหรับในกรณีศึกษาตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ที่สร้างด้วยการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ส่วนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 และ 1,000 รอบ (สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ไม่ได้ทดสอบที่จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ เนื่องจากขั้นตอนการทำงานในการสร้างตัวแปรสุ่มและระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของโปรแกรมซึ่งใช้เวลาค่อนข้างนานมาก) ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ขนาดตัวอย่าง และจำนวนรอบของการ

ทดสอบ แสดงว่า สำหรับในการศึกษานี้ ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่สร้างด้วยการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ดังนั้น สำหรับการศึกษาในครั้งนี้สรุปได้ว่าตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ทั้งตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มทั้ง 3 วิธี พบว่า วิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) เป็นวิธีที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม หากตัวแปรสุ่มนั้นๆ ไม่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอนก็ไม่สามารถใช้วิธีนี้ในการสร้างตัวแปรสุ่มได้ แต่ถ้านำมาใช้สร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ซึ่งการแจกแจงส่วนใหญ่จะมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอนสามารถที่จะนำมาใช้สร้างตัวแปรสุ่มสำหรับวิธีการรวม (The Convolution Method) ได้ด้วย ส่วนวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) นั้น สร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงแบบหนึ่งตามที่ต้องการจากอีกฟังก์ชันการแจกแจงหนึ่งที่เกิดขึ้นได้ โดยยอมรับสัดส่วนความน่าจะเป็นระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงใหม่ที่ต้องการสร้างกับฟังก์ชันการแจกแจงเดิมที่เกิดขึ้นได้ โดยสัดส่วนความน่าจะเป็นนี้ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าคงที่ใดๆค่าหนึ่ง

2. จากการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นทั้ง 3 วิธี พบว่า วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) ให้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) น้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ทั้งตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) อาจเนื่องมาจากวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) นั้นสร้างขึ้นจากสัดส่วนระหว่างสองฟังก์ชันการแจกแจงที่ต้องน้อยกว่าค่าคงที่ใดๆค่าหนึ่ง ในขณะที่การสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) นั้น สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจก

แจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) จากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) เช่นเดียวกับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ซึ่งสร้างจากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) จึงทำให้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) น้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ข้อเสนอแนะ

จากวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) ในที่นี้สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) จากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) และสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) จากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) จึงอาจเป็นผลทำให้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) มีค่ามากกว่าวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) ดังนั้น สำหรับการนำไปเป็นแนวทางในการศึกษาต่อไปอาจสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) โดยสร้างจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) หรืออาจศึกษาสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงในรูปแบบอื่นๆ ต่อไป

บรรณานุกรม

- ธัญลักษณ์ คันทะวงศ์. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบไวบูลล์และการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลสองพารามิเตอร์. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2547.
- นภาพรณ จันทศัพท์. การเปรียบเทียบวิธีการสร้างตัวเลขสุ่มเมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง. มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต, 2551.
- ประชุม สุวดี. ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ. โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, 2545.
- วิชัย สุระเชิดเกียรติ. การจำลองเชิงคอมพิวเตอร์. กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์, 2544.
- Law and Kelton. Simulation Modeling & Analysis, McGraw-Hill : Singapore, 2000.
- Evans, Merran and others. Statistical Distributions 3rd. A Wiley-Interscience Publication, 2000.
- Forbes, Catherine. Statistical Distributions 4th. A Wiley-Interscience Publication, 2011.
- Paul H.Garthwaite Ian T.Jolliffe and Byron Jones. Statistical Inference 2nd, Oxford University Press, 2002
- Ross, Sheldon. Simulation 3rd Edition, Academic Press, 2002.
- Ross, Sheldon. A First Course in Probability, Macmillan : New York, 1976.

กรม
พาณิชย์
และ
อุตสาหกรรม

ภาคผนวก

ภาษา Visual Basic 6.0 ที่ใช้ในการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน วิธีการยอมรับและปฏิเสธและวิธีการรวม

Option Explicit

Public a, b, z, answer, answer_1, x1, s, sample, loop_test, sss As Variant

Public k, k_1, a5, a5_1, w, w_1, i, j, select_define_value As Variant

Public expo, x_expo, sum_expo, random_gamma, sum_gamma, m_gamma As Variant

Public m_gamma_acc_rej As Variant

Public dif_x_mean, sum_for_var, var_gamma, standard_dev, estimator_alpha, estimator_beta As Variant

Public dif_est_alpha, sum_dif_est_alpha, dif_est_beta, sum_dif_est_beta As Variant

Public dif_xx_mean, sum_for_var_acc_rej, var_gamma_acc_rej, standard_dev_acc_rej As Variant

Public estimator_alpha_acc_rej, estimator_beta_acc_rej As Variant

Public dif_est_alpha_acc_rej, sum_dif_est_alpha_acc_rej As Variant

Public dif_est_beta_acc_rej, sum_dif_est_beta_acc_rej As Variant

Public mse_alpha_acc_rej, rmse_alpha_acc_rej, mse_beta_acc_rej, rmse_beta_acc_rej As Variant

Public alpha, beta, mse_alpha, rmse_alpha, mse_beta, rmse_beta, neg_r_v As Variant

Public number_trial, x_success, prob_success, geo_random, neg_random As Variant

Public p_estimator, dif_p, dif_pp, sum_dif_p As Variant

Public mse_neg, rmse_neg As Variant

Public aa, bb, qq, zeta, dd, vv, yy, zz, ww, sum_xx As Variant

Public sum_neg_r_v, mean_neg_for_estimate, mean_estimate As Variant

Public est_mean_gamma, est_variance_gamma, sum_est_mean_gamma, sum_est_variance_gamma As Variant

Public mse_mean_gamma, rmse_mean_gamma, mse_variance_gamma, rmse_variance_gamma As Variant

Public est_mean_gamma_acc_rej, est_variance_gamma_acc_rej, sum_est_mean_gamma_acc_rej, sum_est_variance_gamma_acc_rej As Variant

Public mse_mean_gamma_acc_rej, rmse_mean_gamma_acc_rej, mse_variance_gamma_acc_rej, rmse_variance_gamma_acc_rej As Variant

Public dif_neg, sum_for_var_neg, var_neg, mse_var_neg, rmse_var_neg As Variant

Public dif_for_var_neg As Variant

Public ab, xy, sum_neg_rej, neg_rej, mean_neg_r_v, mean_neg_rej, dif_neg_rej, sum_dif_rej As Variant

Public mse_neg_rej, rmse_neg_rej As Variant

Public rej, sum_rej, var_neg_rej, dif_var_neg_rej, sum_var_neg_rej As Variant

Public mse_var_neg_rej, rmse_var_neg_rej, cd As Variant

Public rn_5, rn_51, ii As Variant

```
Public last_rn5, last_rn51 As Variant
Public kkk As Variant
Dim m5(0 To 5000), m51(0 To 5000), randomgamma(0 To 5000), xx(0 To 5000) As Variant
Dim negrandom(0 To 5000), negreject1(0 To 5000), negreject2(0 To 5000) As Variant
Dim nbr1(0 To 5000), nbr2(0 To 5000) As Variant
Private Sub Form_Activate()
    answer = 0
    i = 0
    m5(0) = 0
    m51(0) = 0
    a5 = 0
    a5_1 = 0
    k = 0
    k_1 = 0
    w = 0
    w_1 = 0
    expo = 0
    x_expo = 0
    sum_expo = 0
    random_gamma = 0
    sum_gamma = 0
    m_gamma = 0
    dif_x_mean = 0
    sum_for_var = 0
    var_gamma = 0
    standard_dev = 0
    estimator_alpha = 0
    estimator_beta = 0
    dif_est_alpha = 0
    dif_est_beta = 0
    sum_dif_est_alpha = 0
    sum_dif_est_beta = 0
    mse_alpha = 0
    mse_beta = 0
    rmse_alpha = 0
    rmse_beta = 0

    aa = 0
    bb = 0
    qq = 0

```

zeta = 0
dd = 0
vv = 0
yy = 0
zz = 0
ww = 0
xx(0) = 0
yy = 0
sum_xx = 0
m_gamma_acc_rej = 0
dif_xx_mean = 0
sum_for_var_acc_rej = 0
var_gamma_acc_rej = 0
standard_dev_acc_rej = 0
estimator_alpha_acc_rej = 0
estimator_beta_acc_rej = 0
dif_est_alpha_acc_rej = 0
dif_est_beta_acc_rej = 0
sum_dif_est_alpha_acc_rej = 0
sum_dif_est_beta_acc_rej = 0
mse_alpha_acc_rej = 0
mse_beta_acc_rej = 0
rmse_alpha_acc_rej = 0
rmse_beta = 0
est_mean_gamma = 0
est_variance_gamma = 0
sum_est_mean_gamma = 0
sum_est_variance_gamma = 0
est_mean_gamma_acc_rej = 0
est_variance_gamma_acc_rej = 0
sum_est_mean_gamma_acc_rej = 0
sum_est_variance_gamma_acc_rej = 0
mse_mean_gamma = 0
rmse_mean_gamma = 0
mse_variance_gamma = 0
rmse_variance_gamma = 0
mse_mean_gamma_acc_rej = 0
rmse_mean_gamma_acc_rej = 0
mse_variance_gamma_acc_rej = 0
rmse_variance_gamma_acc_rej = 0

```
geo_random = 0
neg_random = 0
p_estimator = 0
dif_p = 0
dif_pp = 0
sum_dif_p = 0
dif_neg = 0
sum_for_var_neg = 0
var_neg = 0
mse_var_neg = 0
rmse_var_neg = 0
mse_neg = 0
rmse_neg = 0
negrandom(0) = 0
randomgamma(0) = 0
negreject1(0) = 0
negreject2(0) = 0
neg_rej = 0
mse_neg_rej = 0
rmse_neg_rej = 0
sum_dif_rej = 0
dif_neg_rej = 0
sum_neg_r_v = 0
sum_neg_rej = 0
mean_neg_r_v = 0
mean_neg_rej = 0
```

```
rej = 0
sum_rej = 0
sum_var_neg_rej = 0
mse_var_neg_rej = 0
rmse_var_neg_rej = 0
cd = 0
```

Randomize Timer

```
loop_test = InputBox("Loop Test ")
```

```
select_define_value = InputBox("Define value = 1 , Random Value = 2")
```

If select_define_value = 1 Then

```
sample = InputBox("For Gamma : Sample Test ")  
alpha = InputBox("For Gamma : Alpha ")
```

```
beta = InputBox("For Gamma : Beta ")
```

```
number_trial = InputBox("Negative Binomial : number_trial ")  
x_success = InputBox("Xth of success ")  
prob_success = InputBox("Probability of Xth success ")
```

```
Else
```

```
Randomize Timer
```

```
sample = Int(Rnd * 1000)
```

```
alpha = Int(Rnd * 100)
```

```
beta = Round(Rnd, 4)
```

```
number_trial = Int(Rnd * 1000)
```

```
x_success = Int(Rnd * 100)
```

```
If x_success >= number_trial Or x_success = 0 Or sample = 0 Or alpha = 0 Or beta = 0 Then
```

```
= 0
```

```
Do While x_success >= number_trial Or x_success = 0 Or sample = 0 Or alpha = 0 Or beta
```

```
Randomize Timer
```

```
sample = Int(Rnd * 1000)
```

```
alpha = Int(Rnd * 100)
```

```
beta = Round(Rnd, 4)
```

```
number_trial = Int(Rnd * 1000)
```

```
x_success = Int(Rnd * 100)
```

```
Loop
```

```
End If
```

```
prob_success = Round(Rnd, 4)
```

```
End If
```

```
For j = 1 To loop_test
```

```
answer = 0
```

```
answer_1 = 0
```

```
m5(0) = 0
```

```
a5 = 0
```

k = 0
expo = 0
x_expo = 0
sum_expo = 0
random_gamma = 0
sum_gamma = 0
m_gamma = 0
dif_x_mean = 0
sum_for_var = 0
var_gamma = 0
standard_dev = 0
estimator_alpha = 0
estimator_beta = 0
dif_est_alpha = 0
dif_est_beta = 0

m51(0) = 0
a5_1 = 0
k_1 = 0
xx(0) = 0
sum_xx = 0
m_gamma_acc_rej = 0
dif_xx_mean = 0
sum_for_var_acc_rej = 0
var_gamma_acc_rej = 0
standard_dev_acc_rej = 0
estimator_alpha_acc_rej = 0
estimator_beta_acc_rej = 0
dif_est_alpha_acc_rej = 0
dif_est_beta_acc_rej = 0

est_mean_gamma = 0
est_variance_gamma = 0

est_mean_gamma_acc_rej = 0
est_variance_gamma_acc_rej = 0

aa = 0
bb = 0
qq = 0

```
zeta = 0  
dd = 0  
vv = 0  
yy = 0  
zz = 0  
ww = 0  
xx(0) = 0  
yy = 0
```

```
dif_p = 0  
dif_pp = 0  
neg_rej = 0  
sum_neg_r_v = 0  
sum_neg_rej = 0  
mean_neg_r_v = 0  
mean_neg_rej = 0
```

```
negreject1(0) = 0  
negreject2(0) = 0  
dif_for_var_neg = 0  
dif_var_neg_rej = 0  
dif_neg_rej = 0  
cd = 0
```

```
For i = 1 To sample  
    Call crn_m5  
    Call gamma_inverse_t_c  
    Call gamma_acc_rej  
    Call nb  
Next i
```

```
For i = 1 To sample  
    Call nb_rej  
    Call find_nb
```

```
Next i  
Call mean_gamma  
Call var_and_std_gamma  
Call estimate_alpha_beta  
Call difference_est
```



```
Call mean_negative  
Call sum_dif_est_p
```

```
Next j  
Call mse_rmse_gamma  
Call mse_rmse_neg
```

```
End Sub
```

```
Function crn_m5()
```

```
Randomize Timer  
m5(0) = Round(Rnd * 10000)  
a5 = Round(Rnd * 10000)  
k = Round(Rnd * 10000)  
w = Round(Rnd * 10000)  
m51(0) = Round(Rnd * 10000)  
a5_1 = Round(Rnd * 10000)  
k_1 = Round(Rnd * 10000)  
w_1 = Round(Rnd * 10000)
```

```
If m5(0) Or a5 Or k Or w = 0 Then  
Do Until m5(0) And a5 And k And w <> 0  
Randomize Timer  
m5(0) = Round(Rnd * 10000)  
a5 = Round(Rnd * 10000)  
k = Round(Rnd * 10000)  
w = Round(Rnd * 10000)
```

```
Loop  
End If
```

```
ii = i - 1  
last_rn5 = m5(ii)  
rn_5 = ((a5 * last_rn5) + k) Mod w
```

```
answer = rn_5 / w  
m5(i) = rn_5
```

```
If answer = 0 Then  
Do Until answer <> 0  
Randomize Timer
```

```
m5(0) = Round(Rnd * 10000)
a5 = Round(Rnd * 10000)
k = Round(Rnd * 10000)
w = Round(Rnd * 10000)
```

```
If m5(0) Or a5 Or k Or w = 0 Then
  Do Until m5(0) And a5 And k And w <> 0
    Randomize Timer
    m5(0) = Round(Rnd * 10000)
    a5 = Round(Rnd * 10000)
    k = Round(Rnd * 10000)
    w = Round(Rnd * 10000)
```

```
  Loop
End If
```

```
rn_5 = ((a5 * last_rn5) + k) Mod w
answer = rn_5 / w
m5(i) = rn_5
```

```
  Loop
End If
```

```
If m51(0) Or a5_1 Or k_1 Or w_1 = 0 Then
  Do Until m51(0) And a5_1 And k_1 And w_1 <> 0
    Randomize Timer
    m51(0) = Round(Rnd * 10000)
    a5_1 = Round(Rnd * 10000)
    k_1 = Round(Rnd * 10000)
    w_1 = Round(Rnd * 10000)
```

```
  Loop
End If
```

```
ii = i - 1
last_rn51 = m51(ii)
rn_51 = ((a5_1 * last_rn51) + k_1) Mod w_1
answer_1 = rn_51 / w_1
m51(j) = rn_51
```

```
If answer_1 = 0 Then
  Do Until answer_1 <> 0
    Randomize Timer
    m51(0) = Round(Rnd * 10000)
    a5_1 = Round(Rnd * 10000)
    k_1 = Round(Rnd * 10000)
    w_1 = Round(Rnd * 10000)

    If m51(0) Or a5_1 Or k_1 Or w_1 = 0 Then
      Do Until m51(0) And a5_1 And k_1 And w_1 <> 0
        Randomize Timer
        m51(0) = Round(Rnd * 10000)
        a5_1 = Round(Rnd * 10000)
        k_1 = Round(Rnd * 10000)
        w_1 = Round(Rnd * 10000)
      Loop
    End If
    rn_51 = ((a5_1 * last_rn51) + k_1) Mod w_1
    answer_1 = rn_51 / w_1
    m51(i) = rn_51
  Loop
End If
```

End Function

Function gamma_inverse_t_c()

```
For a = 1 To alpha
  expo = -(beta) * Log(answer)
  x_expo = Round(expo, 4)
  sum_expo = sum_expo + x_expo
Next a
randomgamma(i) = sum_expo
sum_gamma = sum_gamma + randomgamma(i)
```

End Function

Function gamma_acc_rej()

```
aa = 1 / Sqr(2 * alpha - 1)
bb = alpha - Log(4)
qq = alpha + (1 / aa)
zeta = 4.5
dd = 1 + Log(zeta)
vv = aa * Log(answer / (1 - answer))
yy = alpha * (2.718) ^ vv
```

```
zz = answer ^ 2 * answer_1
ww = bb + (qq * vv) - yy
If ww + dd - (zeta * zz) >= 0 Then
    xx(i) = yy
Else
    If ww >= Log(zz) Then

        xx(i) = yy
    Else

        Do Until w >= Log(zz)
            Call crn_m5
            w = aa * Log(answer / (1 - answer))
            yy = alpha * (2.718) ^ w
            zz = answer ^ 2 * answer_1
            ww = bb + (qq * vv) - yy
        Loop
        xx(i) = yy

    End If
End If

sum_xx = sum_xx + xx(i)
End Function
Function mean_gamma()
    m_gamma = sum_gamma / sample
    m_gamma_acc_rej = sum_xx / sample
End Function
Function var_and_std_gamma()
    For i = 1 To sample
        dif_x_mean = (randomgamma(i) - m_gamma) ^ 2
        sum_for_var = sum_for_var + dif_x_mean

        dif_xx_mean = (xx(i) - m_gamma_acc_rej) ^ 2
        sum_for_var_acc_rej = sum_for_var_acc_rej + dif_xx_mean
    Next i
    var_gamma = sum_for_var / (sample - 1)
    standard_dev = Sqr(var_gamma)
    var_gamma_acc_rej = sum_for_var_acc_rej / (sample - 1)
    standard_dev_acc_rej = Sqr(var_gamma_acc_rej)
```

End Function

Function estimate_alpha_beta()

estimator_alpha = (m_gamma / standard_dev) ^ 2

estimator_beta = var_gamma / m_gamma

estimator_alpha_acc_rej = (m_gamma_acc_rej / standard_dev_acc_rej) ^ 2

estimator_beta_acc_rej = var_gamma_acc_rej / m_gamma_acc_rej

End Function

Function difference_est()

dif_est_alpha = (estimator_alpha - alpha) ^ 2

sum_dif_est_alpha = sum_dif_est_alpha + dif_est_alpha

dif_est_beta = (estimator_beta - beta) ^ 2

sum_dif_est_beta = sum_dif_est_beta + dif_est_beta

dif_est_alpha_acc_rej = (estimator_alpha_acc_rej - alpha) ^ 2

sum_dif_est_alpha_acc_rej = sum_dif_est_alpha_acc_rej + dif_est_alpha_acc_rej

dif_est_beta_acc_rej = (estimator_beta_acc_rej - beta) ^ 2

sum_dif_est_beta_acc_rej = sum_dif_est_beta_acc_rej + dif_est_beta_acc_rej

est_mean_gamma = (m_gamma - (alpha * beta)) ^ 2

est_variance_gamma = (var_gamma - (alpha * beta ^ 2)) ^ 2

sum_est_mean_gamma = sum_est_mean_gamma + est_mean_gamma

sum_est_variance_gamma = sum_est_variance_gamma + est_variance_gamma

est_mean_gamma_acc_rej = (m_gamma_acc_rej - (alpha * beta)) ^ 2

est_variance_gamma_acc_rej = (var_gamma_acc_rej - (alpha * beta ^ 2)) ^ 2

sum_est_mean_gamma_acc_rej = sum_est_mean_gamma_acc_rej +

est_mean_gamma_acc_rej

sum_est_variance_gamma_acc_rej = sum_est_variance_gamma_acc_rej +

est_variance_gamma_acc_rej

End Function

Function mse_rmse_gamma()

mse_alpha = sum_dif_est_alpha / loop_test

rmse_alpha = Round(Sqr(mse_alpha), 4)

mse_beta = sum_dif_est_beta / loop_test

rmse_beta = Round(Sqr(mse_beta), 4)

mse_alpha_acc_rej = sum_dif_est_alpha_acc_rej / loop_test

rmse_alpha_acc_rej = Round(Sqr(mse_alpha_acc_rej), 4)

```
mse_beta_acc_rej = sum_dif_est_beta_acc_rej / loop_test
rmse_beta_acc_rej = Round(Sqr(mse_beta_acc_rej), 4)
mse_mean_gamma = sum_est_mean_gamma / loop_test
rmse_mean_gamma = Round(Sqr(mse_mean_gamma), 4)
mse_variance_gamma = sum_est_variance_gamma / loop_test
rmse_variance_gamma = Round(Sqr(mse_variance_gamma), 4)
mse_mean_gamma_acc_rej = sum_est_mean_gamma_acc_rej / loop_test
rmse_mean_gamma_acc_rej = Round(Sqr(mse_mean_gamma_acc_rej), 4)
mse_variance_gamma_acc_rej = sum_est_variance_gamma_acc_rej / loop_test
rmse_variance_gamma_acc_rej = Round(Sqr(mse_variance_gamma_acc_rej), 4)
```

```
Print "Loop Test = " & loop_test, "Sample test= " & sample
Print ""
Print "Alpha= " & alpha, "Beta= " & beta
Print "Inverse Transform and Convolution method for Gamma Distribution"
```

```
Print "RMSE estimate alpha = " & rmse_alpha, "RMSE estimate beta = " & rmse_beta
Print "RMSE estimate mean gamma = " & rmse_mean_gamma, "RMSE estimate variance = " &
rmse_variance_gamma
```

```
Print ""
```

```
Print "Accept and Reject method for Gamma Distribution"
Print "RMSE estimate alpha = " & rmse_alpha_acc_rej, "RMSE estimate beta = " &
rmse_beta_acc_rej
Print "RMSE estimate mean gamma = " & rmse_mean_gamma_acc_rej, "RMSE variance = " &
rmse_variance_gamma_acc_rej
Print ""
```

```
End Function
```

```
Function nb()
```

```
    For aa = 1 To x_success
        geo_random = (Log(answer) / Log(1 - prob_success)) - 1
        neg_random = neg_random + geo_random
        neg_r_v = Round(neg_random, 4)
    Next aa
    negrandom(i) = neg_r_v
    sum_neg_r_v = sum_neg_r_v + negrandom(i)
```

```
End Function
```

```
Function nb_rej()
  For ab = 1 To number_trial
    Randomize Timer
    Call crn_m5
    negreject1(ab) = answer
  Next ab
End Function
Function find_nb()
  For ab = 1 To number_trial
    If negreject1(ab) < p Then
      nbr1(ab) = negreject1(ab)
    Else
      nbr2(ab) = negreject1(ab)
    End If
    If negreject1(ab) < p And ab = s Then
      negreject2(i) = nbr2(ab)
    End If
  Next ab
  sum_neg_rej = sum_neg_rej + negreject2(i)
End Function
Function mean_negative()
  mean_neg_for_estimate = sum_neg_r_v / sample
  mean_neg_rej = sum_neg_rej / sample
  mean_estimate = x_success / probab_success
  For i = 1 To sample
    dif_neg = (negrandom(i) - mean_neg_for_estimate) ^ 2
    sum_for_var_neg = sum_for_var_neg + dif_neg
    rej = (negreject2(i) - mean_neg_rej) ^ 2
    sum_rej = sum_rej + rej
  Next i
  var_neg = sum_for_var_neg / (sample - 1)
  var_neg_rej = sum_rej / (sample - 1)
End Function
Function sum_dif_est_p()
  dif_p = (mean_neg_for_estimate - mean_estimate) ^ 2
  sum_dif_p = sum_dif_p + dif_p
  dif_neg_rej = (mean_neg_rej - mean_estimate) ^ 2
  sum_dif_rej = sum_dif_rej + dif_neg_rej
```

End Function

Function mse_rmse_neg()

mse_neg = sum_dif_p / loop_test

rmse_neg = Round(Sqr(mse_neg), 4)

mse_neg_rej = sum_dif_rej / loop_test

rmse_neg_rej = Round(Sqr(mse_neg_rej), 4)

Print "Loop Test= " & loop_test, "Sample= " & sample, "Number of Trial= " & number_trial

Print "Xth Success= " & x_success, "Probability of success= " & prob_success

Print ""

Print "Inverse Transform and Convolution method for Negative Binomial Distribution"

Print "RMSE estimate negative binomial estimator by mean = " & rmse_neg

Print ""

Print "The Acceptance And Rejection method for Negative Binomial Distribution"

Print "RMSE estimate negative binomial estimator by mean = " & rmse_neg_rej

End Function

ประวัติผู้วิจัย

นางสาว นภาภรณ์ จันททรัพย์

การศึกษา

วท.บ.(สถิติประยุกต์) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พบ.ม.(วิทยาการประกันภัย) สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์

การทำงาน

อาจารย์ประจำมหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์